هندسة الميكانيك العام

السنة الثانية

حركة الأجسام الصلبة

د.اسكندر عمجة

التحريك

مسألة:

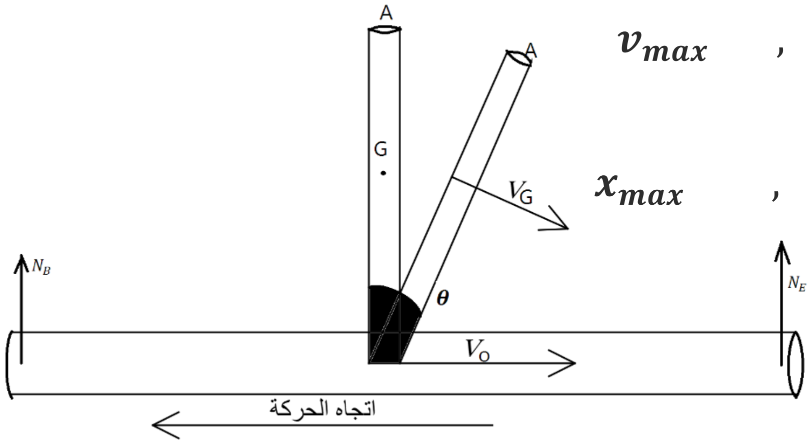
قضيب متجانس طوله $2L$ وكتلته m

Bt جائز كتلته $3m$ وطوله $2L$ يتحرك وفق العلاقة $\theta = \frac{1}{2}\varepsilon t^2$

اذا تحرك القضيب نحو اليمين أوجد عندما يسقط على الجائز:

$v = f(\theta)$, v_{max}

$\Delta x = f(\theta)$, x_{max}



الحل:

نلاحظ ان القوى المؤثرة على الجملة هي W_G, W_0, N_B, N_t

وهي عمودية على محور الحركة وبما ان الحركة ساكنة في البدء فنطبق مبدأ كمية الحركة للجملة :

$$Q - Q_0 = \sum I_F = \overrightarrow{I_{WG}} + \overrightarrow{I_{W0}} + \overrightarrow{I_{NB}} + \overrightarrow{I_{0NE}}$$

نلاحظ انها جميعا عمودية على محور الحركة فبذلك يصبح لدينا

$Q_x - Q_{0x} = 0$ لكن $Q_{0x} = 0$ الوضع ساكن $\Rightarrow Q_x = 0$

$$q_{0x} + q_{GX} = 0 \qquad v_{0X}m_0 + m_G v_{Gx}$$

v_0 تمثل سرعة الجائز هي السرعة المطلوبة

v_G تمثل السرعة المطلقة لمركز كتل القضيب الذي يتحرك حركة مركبة وتساوي الى

$$v_{Gx} = v_{Gx}^e + v_{Gx}^r$$

حيث $v_{Gx}^r = v_0$ و $v_{Gx}^e = v_G cos\theta = \omega\ L\ cos\theta$

v_{Gx}^e تمثل السرعة المكتسبة لمركز كتل القضيب

v_{Gx}^r تمثل السرعة النسبية لمركز كتل القضيب

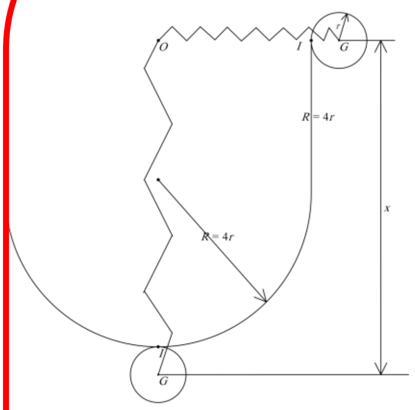
$$m_0 v_0 + m_G(\omega\ L\ cos\theta + v_0) = 0$$

$$(m_0 + m_G)v_0 = -w\ L\ cos\theta m_G$$

الإشارة السالبة تدل على اتجاه **v** نحو اليسار $v_0 = \frac{-m_G}{m_G+m_0}\omega L cos\theta$

$$m_0(x_{0x}^r + x_{0e}^x) + m_G(x_G^r + x_G^e) = 0$$

مسألة:

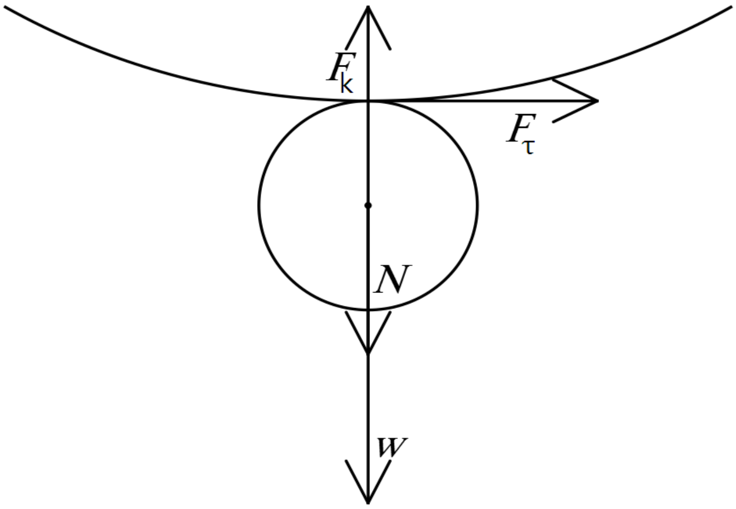


قرص مصمت كتلته **m=5kg** نصف قطره **r=10cm** و $J = \frac{1}{2}mr^2$ يربط مركزه بنابض ثابت صلابته **k** حيث **k=235N/m** حركته وطوله الحر $l_0 = 4r$ كما في الشكل الاتي والمثبت في المسند **o** يبدأ القرص حركته من السكون عندما كان **oG** افقياً يتدحرج دون انزلاق على السطح المبين بالشكل حيث **R=4r** .

المطلوب:

أوجد عندما يصبح القرص في الموضع B السرعة الخطية والسرعة الزاوية .

الحل:



لايجاد سرعة القرص والسرعة الزاوية له نطبق مبدأ العمل والطاقة على القرص الذي يتحرك حركة مستوية عامة بين وضع A الساكن والوضع النهائي عند B

$$E - E_0 = \sum W$$

$$\frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G w^2 - 0 = W_{Fk} + W_W + W_N + W_{Ft}$$

ملاحظة : Fk اتجاهها دوما نحو مركز التوازن

$$\frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2 = W_{Fk} + W_W$$

$$W_W = mgx = mg(h + R + r)$$

$$W_{Fk} = \frac{k}{2}(\Delta l_{in}^2 - \Delta l_{fin}^2)$$

$$\Delta l_{in} = (R + r - 4r) = r \qquad \Delta l_{fin} = (h + R + r) - 4r = 5r$$

ملاحظة : عندما يتحرك جسم ((قضيب,قرص,أي شكل آخر))حركة مستوية عامة فيجب تحديد المركز الآني للسرع في الوضع المدروس

أي النقطة I في مثالنا هذا

$$v_G = wI_G = \omega r \quad \Leftrightarrow \omega = \frac{v_G}{r}$$

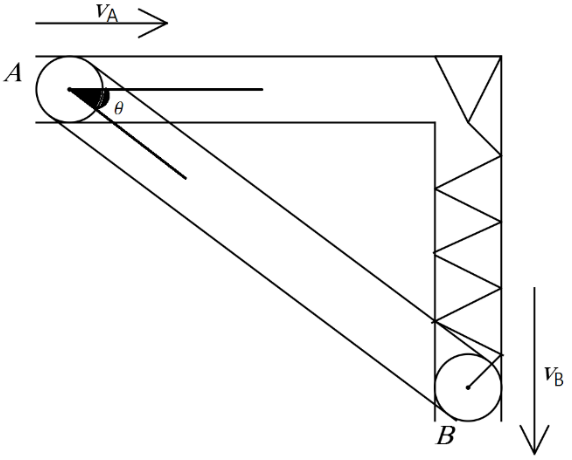
$$\frac{1}{2}mv_G^2+\frac{1}{2}\left(\frac{v_G}{v}\right)^2\frac{1}{2}Mr^2=mg(gr)+\frac{k}{2}(r^2-25r^2)$$

$$\Rightarrow v_G=2,\frac{062m}{s}\quad\rightarrow\omega=\frac{v_G}{r}=0,2r/s\downarrow$$

مسألة:

قضيب متجانس AB حيث طرفه $m=30kg$ $\quad l=1,5m$ $\quad v_G=\frac{1}{2}ml^2$

يرتبط B بنابض بطوله الحر k=300n/m عندما كانت الزاوية $\theta=30^o$ يبدأ القضيب حركته من السكون بالمستوي الرأسي عند الانزلاق من A عند المستوي الاملس بينما ينزلق B عند الدليل الاملس .



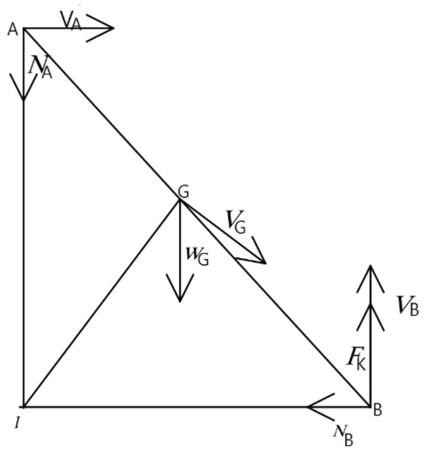
الحل:

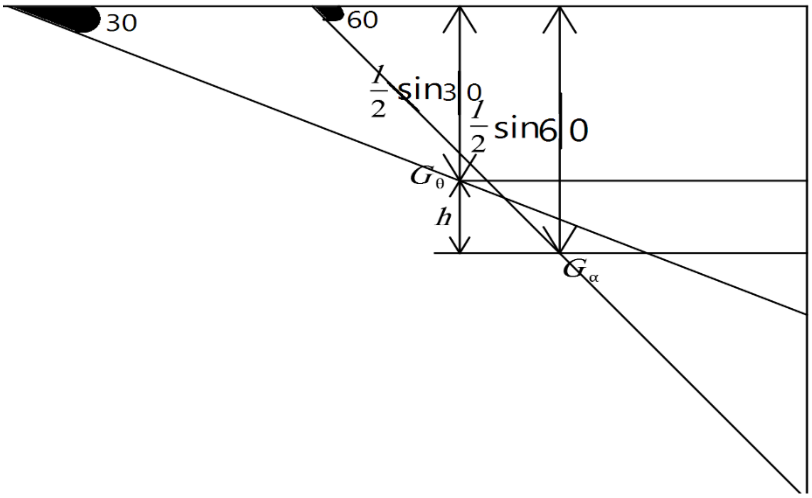
$$E_{\theta=60}-E_{\theta=30}=\sum w$$

$$=w_w+w_{NA}+w_{NB}+w_{FK}$$

$$\frac{1}{2}mv_G^2+\frac{1}{2}\omega^2I_G=w_w+w_{FK}$$

$$w_w=mgh=mg\left(\frac{l}{2}sin60-\frac{l}{2}sin30\right)$$





$$w_{FK} = \frac{k}{2}(\Delta l_{in}^2 - \Delta l_{fin}^2)$$

$$\Delta l_{fin} = l\sin 60 - l\sin 30 \qquad \Delta l_{in}^2 = 0$$

ينتج المركز الاني من رسم مناحي متعامدة على مناحي السرع في اللحظة المدروسة ونقطة التقاطع تمثل المركز الاني

$$v_G = \omega I_G = \omega I'G' = \frac{\omega l}{2}$$

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{\omega l}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\omega^2.\frac{1}{12}ml^2 =$$

$$mg\frac{l}{2}(\sin 60 - \sin 30) + \frac{k}{2}(0 - (\sin 60 - \sin 30)^2)$$

$$\Rightarrow \omega = 1,778\, rad\backslash s$$

$$\Rightarrow v_G = \omega\frac{l}{2} = 1,33 m\backslash s \qquad v_A = \omega\, IA = \omega\, l\sin 60$$

$$v_B = \omega IB = \omega\, l\cos 60$$